

Bab 4

HUBUNGAN ARUS, KECEPATAN, DAN KERAPATAN

4.1 Pendahuluan

Kecepatan, arus, dan kerapatan dari aliran lalu lintas dihubungkan dengan persamaan dasar sebagai berikut:

$$\text{Arus} = \text{kecepatan} \times \text{kerapatan}$$

Jika hubungan antara dua parameter diketahui maka parameter lainnya dapat ditentukan. Untuk penyederhanaan seringkali diasumsikan bahwa hubungan antara kecepatan dan kerapatan adalah linier, dengan kecepatan maksimum (u_f) pada kerapatan nol dan kecepatan nol pada kerapatan macet (k_j). Greenshield termasuk orang pertama yang mendokumentasikan hasil penelitiannya dan ia menggunakan asumsi tersebut di atas. Sedangkan model lain, seperti Greenberg menggunakan asumsi bahwa hubungan kecepatan dan kerapatan merupakan fungsi logaritmik dan Underwood menggunakan asumsi hubungan tersebut sebagai fungsi eksponensial. Ketiga model tersebut (dikutip dari Gerlough and Huber, 1975) akan diuraikan lebih rinci dalam bab ini.

4.1.1 Metoda Greenshields

Greenshields merumuskan bahwa hubungan antara kecepatan dan kerapatan adalah linier. Oleh karena itu pada cara ini hubungan antara kecepatan dan kerapatan disajikan dalam persamaan berikut ini.

$$q = u_s \cdot k \quad (4.1)$$

dimana

q = arus lalu lintas (kendaraan/jam)

u_s = rerata kecepatan ruang (km/jam)

k = kerapatan (kendaraan/km).

Selanjutnya hubungan ketiga variabel tersebut digambarkan pada **Gambar 4.1**. Gambar ini menunjukkan bentuk umum hubungan antara arus dengan kecepatan, arus dengan kerapatan dan kecepatan dengan kerapatan. Hubungan antara kecepatan dengan kerapatan

adalah monoton ke bawah yang artinya bahwa apabila kerapatan naik, maka kecepatan akan turun. Arus menjadi nol ketika kerapatan sangat tinggi sehingga tidak memungkinkan kendaraan untuk bergerak lagi. Ketika kerapatan nilainya nol, maka tidak terdapat kendaraan di jalan sehingga arus juga nol. Antara kedua nilai-nilai ekstrim tersebut dikembangkan hubungan antara kedua parameter tersebut.

Gambar 4.1 menunjukkan beberapa titik penting, yaitu tingkat arus nol terjadi pada dua kondisi berbeda. Pertama jika tidak ada kendaraan di fasilitas, kerapatan adalah nol dan tingkat arus adalah nol. Secara teoritis kecepatan pada kondisi ini ditentukan oleh pengemudi pertama (diasumsikan pada nilai yang tinggi). Kecepatan ini dalam gambar dinyatakan dengan u_f . Kedua adalah jika kerapatan menjadi begitu tinggi sehingga semua kendaraan harus berhenti – kecepatan adalah nol dan tingkat arus adalah nol, Karena tidak ada pergerakan dan kendaraan tidak dapat melintas titik potongan jalan. Kerapatan dimana semua pergerakan berhenti disebut kerapatan macet, di dalam grafik dinyatakan sebagai k_j .

Diantara kedua ekstrem tersebut, dinamika arus lalu lintas menghasilkan pengaruh maksimum. Dengan meningkatnya arus dari nol, kerapatan juga meningkat, karena lebih banyak kendaraan di jalan. Jika hal ini terjadi, kecepatan menurun karena interaksi antar kendaraan. Penurunan ini diabaikan pada kerapatan dan arus rendah dan sedang. Dengan meningkatnya kerapatan, kurva ini menganjurkan bahwa kecepatan menurun cukup berarti sebelum kapasitas dicapai.

Apabila kerapatan naik dari nol, maka arus juga naik. Namun apabila kerapatan terus naik, akan dicapai suatu titik dimana akan menyebabkan penurunan kecepatan sehingga cukup berpengaruh terhadap arus, yang akhirnya menyebabkan penurunan kecepatan dan arus. Titik maksimum arus ini dinamakan kapasitas. Gambar tersebut juga menggambarkan beberapa parameter penting, yang didefinisikan sebagai berikut:

q_m = kapasitas, arus maksimum (kendaraan/jam)

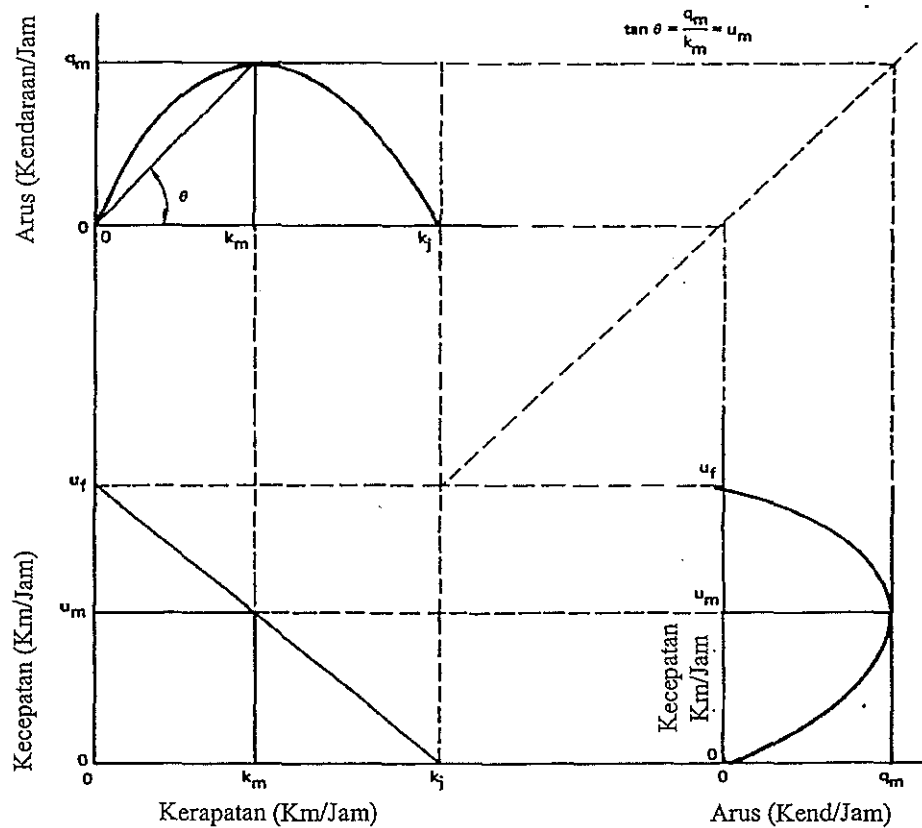
u_o = kecepatan kritis, kecepatan pada saat mencapai kapasitas (km/jam)

k_o = kerapatan kritis, kerapatan pada saat mencapai kapasitas (kend./jam)

k_j = kerapatan macet, keadaan untuk semua kendaraan berhenti (kend./jam)

u_f = kecepatan teoritis untuk lalu lintas ketika kerapatannya nol (km/jam)

Kecepatan teoritis (u_f) tersebut tidak dapat diamati di lapangan, karena tidak terdapat kendaraan ($k = 0$). Nilai kecepatan teoritis tersebut didapatkan secara matematis yang diturunkan dari hubungan antara arus dan kecepatan yang terjadi di lapangan. Data yang didapat di lapangan adalah arus lalu lintas serta kecepatan kendaraan.



Gambar 4.1 : Hubungan Antara Kecepatan, Arus, Kerapatan

Data arus dan kecepatan lalu lintas dikelompokkan dalam interval waktu 15 menit. Untuk data volume, tiap 15 menit akan didapatkan nilai tunggal, sedangkan untuk data kecepatan terdapat banyak nilai kecepatan yang terjadi. Oleh karena itu untuk data kecepatan digunakan satu nilai yang dapat mewakili dari kecepatan yang terjadi selama 15 menit tadi, digunakan kecepatan rata-rata ruang (u_s). Dengan cara ini akan diperoleh pasangan data antara kecepatan dan kerapatan. Kerapatan dapat dihitung dengan rumus dasar $q = u_s \cdot k$ sehingga $k = q/u$. Nilai-nilai kecepatan dan kerapatan diplot dalam suatu gambar koordinat kartesius. Dari penggambaran nilai-nilai tadi kemudian dibuat garis lurus yang dapat mewakili seluruh titik yang ada. Pembuatan garis lurus tadi dilakukan dengan menggunakan rumusan statistik. Pada penyelesaian ini digunakan cara analisis regresi linier dengan metode jumlah kuadrat terkecil. Nilai kecepatan dan kerapatan

merupakan 2 nilai variabel. Nilai kecepatan digunakan sebagai variabel yang tidak bebas, y sedangkan nilai kerapatan adalah sebagai variabel bebas, x. Persamaan umum hubungan antara kecepatan dan kerapatan dengan cara regresi linier ialah:

$$y = Ax + B \quad (4.2)$$

dengan nilai

$$B = \frac{\sum x^2 \cdot \sum y - \sum x \cdot \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (4.3)$$

$$A = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - \sum x^2} \quad (4.4)$$

Dengan didapatkannya persamaan $y = Ax + B$ maka hubungan antara kecepatan dan kerapatan dapat dirumuskan. Garis hasil persamaan ini akan memotong skala kecepatan pada u_f dan memotong skala kerapatan pada k_j . Oleh karena itu persamaan garis yang didapat tersebut ialah sebagai berikut ini.

$$u_s = u_f - \frac{u_f}{k_j} \cdot k \quad (4.5)$$

Selanjutnya hubungan antara arus dengan kecepatan dicari dengan menggunakan persamaan dasar $q = u_s \cdot k$, dan selanjutnya memanipulasikan nilai $k = q/u_s$ ke dalam persamaan hubungan antara kecepatan dan kerapatan, maka didapatkan persamaan

$$u_s = u_f - \frac{u_f}{k_j} \cdot \frac{q}{u_s}$$

Hasil dari penyelesaian tersebut ialah

$$q = u_f \cdot u_s - \frac{k_j}{u_f} u_s^2 \quad (4.6)$$

Dari persamaan ini dapat diketahui bahwa hubungan linier antara kecepatan dan kerapatan akhirnya menghasilkan persamaan parabola untuk hubungan antara arus dan kecepatan. Untuk mendapatkan persamaan hubungan antara arus dengan kecepatan, maka nilai $u_s = q/k$ disubstitusikan ke dalam persamaan kecepatan-kerapatan, sehingga menghasilkan persamaan

$$\frac{q}{k} = u_f - \frac{u_f}{k_j} \cdot k$$

Hasil penyelesaian ini akhirnya juga berupa persamaan parabola yaitu

$$q = u_f \cdot k - \frac{u_f}{k_j} \cdot k^2 \quad (4.7)$$

Arus maksimum terjadi pada saat $k_m=1/2 k_j$ dan $u_m=1/2 u_f$. Dengan memasukkan nilai-nilai tersebut ke **Persamaan 4.7**, arus maksimum dapat dihitung dengan **Persamaan 4.8**.

$$q_m = \frac{v_f \cdot k_j}{2} - \frac{u_f}{k_j} \left(\frac{k_j}{2} \right)^2$$

$$q_m = \frac{k_j \cdot u_f}{4} \quad (4.8)$$

4.1.2 Metoda Greenberg

Greenberg merumuskan bahwa hubungan antara u_s dan k bukan merupakan hubungan linier, melainkan merupakan fungsi eksponensial. Dasar rumusan Greenberg adalah sebagai berikut ini.

$$k = c \cdot e^{b \cdot u_s} \quad (4.9)$$

c dan b adalah merupakan nilai konstan

Apabila kedua ruas dinyatakan dalam bentuk logaritma naturalis, maka didapat

$$\ln(k) = \ln(c \cdot e^{b \cdot u_s})$$

$$\ln(k) = \ln(c) + b \cdot u_s$$

$$b \cdot u_s = \ln(k) - \ln(c)$$

$$u_s = \frac{1}{b} \ln(k) - \frac{1}{b} \ln(c) \quad (4.10)$$

Persamaan 4.10 merupakan analog dengan fungsi linier antara u_s dengan $\ln(k)$, sehingga apabila nilai $y = u_s$ dan nilai $x = \ln(k)$ maka $y = Ax + B$

dengan $A = \frac{1}{b}$ dan $B = -\frac{1}{b} \ln(c)$ maka $c = e^{-B/A}$

Oleh karena itu hubungan antara u_s dan k ialah

$$u_s = \frac{1}{b} \ln(k) - \frac{1}{b} \ln(c) \quad (4.11)$$

Selanjutnya hubungan antara q dan u_s didapat dari persamaan dasar $k = c \cdot e^{b \cdot u_s}$ dengan mensubsitusikan nilai $k = q/u_s$ maka didapat persamaan :

$$\frac{q}{u_s} = c \cdot e^{b \cdot u_s}$$

$$q = u_s \cdot e^{(u_s - b)/A} \quad (4.12)$$

Persamaan selanjutnya adalah hubungan antara q dan k didapat dari persamaan dasar

$$k = c \cdot e^{b \cdot u_s} \text{ dengan substitusi } u_s = q/k \text{ maka didapat } k = c \cdot e^{b \cdot (q/k)}.$$

Selanjutnya apabila kedua ruas dinyatakan dalam fungsi logaritma naturalis, maka didapat persamaan

$$\begin{aligned}\ln(k) &= \ln c \cdot e^{b(q/k)} \\ \ln(k) &= \frac{b \cdot q}{k} \ln(c) \\ q &= \frac{1}{b} k \cdot \ln(k) - \frac{1}{b} k \ln(c)\end{aligned}$$

dengan substitusi $A = 1/b$ dan $c = e^{-B/A}$ didapat persamaan

$$q = A \cdot k \cdot \ln(k) - \frac{B}{A} \cdot k \quad (4.13)$$

4.1.3 Metode Underwood

Underwood mengembangkan bahwa hubungan antara u_s dan k adalah merupakan fungsi logaritmik. Persamaan dasar yang digunakan adalah sebagai berikut ini.

$$u_s = u_f \cdot e^{-k/k_c} \quad (4.14)$$

k_c adalah kerapatan pada keadaan q maksimum

Apabila kedua ruas dinyatakan dalam fungsi logaritma naturalis, maka didapatkan persamaan

$$\begin{aligned}\ln(u_s) &= \ln(u_f \cdot e^{-k/k_c}) \\ \ln(u_s) &= -\frac{1}{k_c} k + \ln(u_f)\end{aligned} \quad (4.15)$$

Persamaan ini analog dengan persamaan linier $y = Ax + B$ dengan $y = \ln(u_s)$ dan $x = k$

maka $A = \frac{1}{k_c}$ atau $k_c = \frac{1}{A}$

$$B = \ln(u_f) \quad \text{atau} \quad u_f = e^B$$

Hubungan antara q dan k didapat dari persamaan dasar $u_s = u_f e^{-k/k_c}$ dengan substitusi $u_s = q/k$ sehingga didapat

$$\begin{aligned}\frac{q}{k} &= u_f \cdot e^{-k/k_c} \\ q &= k \cdot u_f \cdot e^{-k/k_c}\end{aligned}$$

Selanjutnya dengan mengganti $u_f = e^B$ dan $k_c = -(1/A)$ didapat

$$q = k \cdot e^B \cdot e^{-k/-(1/A)}$$

$$q = k.e^{B+Ak} \quad (4.16)$$

ubungan antara q dan u_s didapat dari persamaan dasar $u_s = u_f e^{-k/k_c}$ dengan substitusi $k = q/u_s$

$$u_s = u_f . e^{-q/u_s . k_c}$$

Apabila kedua ruas dinyatakan dalam fungsi logaritma naturalis, maka diperoleh persamaan

$$\ln(u_s) = \ln(u_f . e^{-q/u_s . k_c})$$

$$\ln(u_s) = \frac{q}{u_s . k_c} + \ln(u_f)$$

atau $q = -u_s . k_c . \ln(u_s) + u_s . k_c . \ln(u_f)$

dengan substitusi $k_c = 1/A$ dan $\ln(u_f) = B$ didapat persamaan

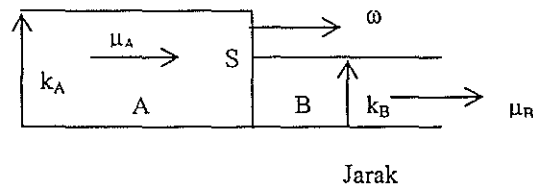
$$q = \frac{u_s}{A} \ln(u_s) - \frac{B}{A} u_s \quad (4.17)$$

Kondisi Arus-kecepatan-kepadatan berubah terhadap ruang dan waktu. Jika perubahan kondisi ini terjadi akan terdapat suatu batas, ini menandakan daerah waktu-ruang dari kondisi arus yang satu terhadap yang lain. Batas ini disebut sebagai gelombang kejut. Dalam beberapa keadaan gelombang kejut dapat sangat sedikit, seperti peleton kendaraan dengan kecepatan tinggi mendekati kendaraan dengan kecepatan lebih rendah. Dalam keadaan lain gelombang kejut dapat jelas berubah dalam kondisi arus, seperti kendaraan dengan kecepatan tinggi mendekati antrian kendaraan yang berhenti.

4.2 Fenomena Gelombang Kejut

Salah satu bagian dalam studi mengenai fenomena lalu lintas ialah sifat-sifat dari gelombang kejut pada arus lalu lintas. Gelombang kejut dapat digambarkan sebagai gerakan pada arus lalu lintas akibat adanya perubahan nilai kepadatan dan arus lalu lintas. Sebagai contoh adalah perilaku lalu lintas pada saat memasuki jalan menyempit, sehingga akan memblokir ruas jalan pada daerah penyempitan atau sampai suatu panjang tertentu kearah datangnya lalu lintas. Pada daerah penyempitan, kendaraan dipaksa untuk mengurangi kecepatannya. Apabila arus dan kepadatan relatif tinggi, titik pada saat kendaraan harus mengurangi kecepatannya ditandai dengan nyala sinyal rem, yang ternyata bahwa titik tersebut akan bergerak ke arah datangnya lalu lintas. Gerakan dari titik dimana sinyal rem menyala, relatif terhadap jalan adalah gerakan dari gelombang kejut.

Dua keadaan kerapatan yang jelas berbeda dari suatu arus lalu lintas, yaitu k_A dan k_B bergerak sepanjang ruas jalan yang dipisahkan oleh garis S yang mempunyai kecepatan ω . Kecepatan ω mempunyai nilai positif apabila kecepatan tersebut bergerak ke arah x seperti yang ditunjukkan pada **Gambar 4.2**. Beberapa notasi yang digunakan di sini ialah sebagai berikut:



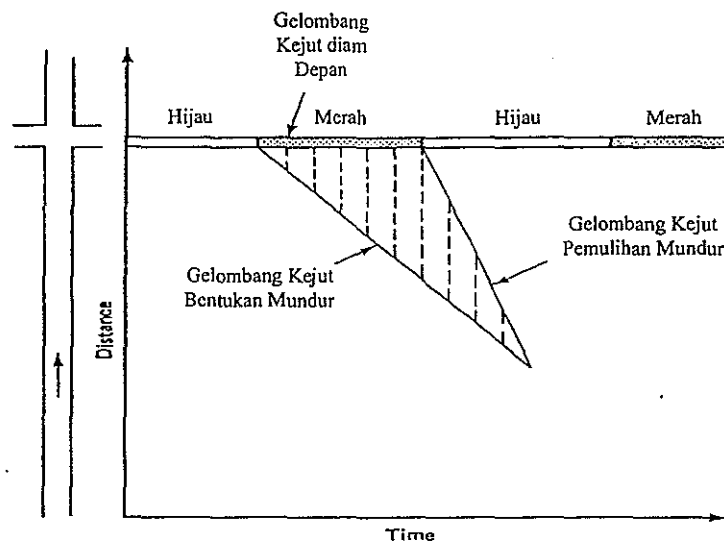
Gambar 4.2. Gerakan lalu lintas pada 2 keadaan kerapatan

4.2.1 Beberapa Contoh Sederhana

Perhatikan pendekatan lajur-tunggal di persimpangan bersinyal pengaturan waktu tetap seperti pada **Gambar 4.3**. Permintaan lalu lintas diasumsikan relatif rendah dan datang pada arus tetap. Kapasitas sinyal lalu lintas lebih besar dari pada permintaan lalu lintas, tetapi lalu lintas hanya dapat lepas pada saat sinyal hijau. Akibatnya, pada jarak tertentu di bagian hulu sinyal dan di bagian hilir sinyal, terjadi kondisi arus bebas dengan kerapatan 60 kend/mil-lajur (37,5 kend/km-lajur). Meskipun tepat di bagian hulu sinyal selama fase merah, kendaraan akan berhenti dan kerapatan melebihi 60 kend/mil-lajur (37,5 kend/km-lajur). Oleh karena itu terjadi diskontinuitas dengan adanya kendaraan menggabung bagian belakang antrian dan dengan bergeraknya kendaraan dari bagian depan antrian pada saat sinyal hijau. Diskontinuitas pertama adalah gelombang kejut bentukan mundur sedangkan kedua adalah gelombang kejut pemulihan mundur.

Kedua gelombang kejut adalah bergerak mundur karena diskontinuitas merambat ke arah hulu berlawanan arah dengan pergerakan lalu lintas. Gelombang kejut pertama adalah gelombang kejut bentukan karena perambatan gelombang kejut menyebabkan peningkatan proporsi kemacetan sedangkan gelombang kejut kedua adalah gelombang kejut pemulihan karena perambatan gelombang kejut menyebabkan penurunan proporsi kemacetan. Ada gelombang kejut diam depan di garis henti selama fase merah. Istilah depan digunakan untuk menyatakan bahwa gelombang kejut adalah di batas hilir dari daerah macet, dan istilah tetap digunakan untuk menyatakan bahwa gelombang kejut tetap di posisi yang sama dalam ruang. Dalam contoh ini asumsi yang dipakai adalah arus permintaan tetap,

kapasitas bervariasi terhadap waktu, dan ada satu batasan (leher botol) tunggal tanpa ada kendaraan keluar atau masuk di dalam daerah kemacetan.

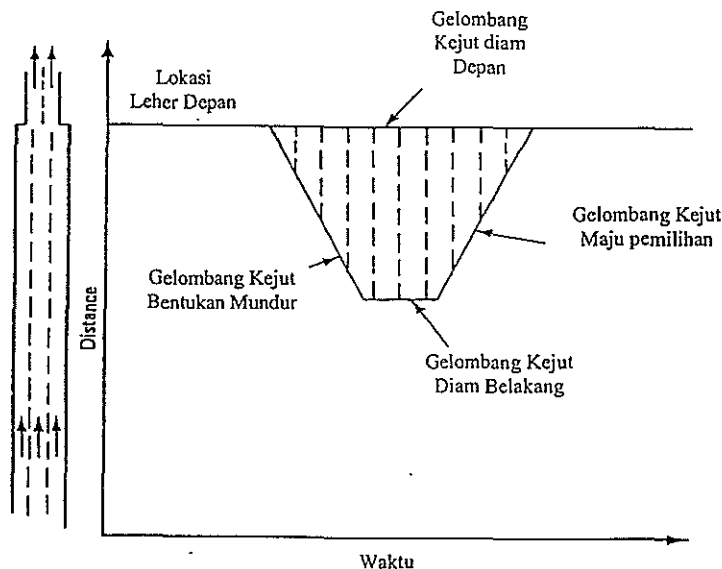


Gambar 4.3. Fenomena Gelombang Kejut di Persimpangan Bersinyal

Contoh kedua adalah lokasi dimana ada pengurangan-lajur seperti di sepanjang jembatan pada periode puncak sore dan terlihat dalam **Gambar 4.4**. Kapasitas di lokasi pengurangan-lajur adalah tetap sepanjang waktu, tetapi dengan meningkatnya permintaan lalu lintas periode puncak tipikal, menyebabkan permintaan melebihi kapasitas dan kemudian menurun sampai periode puncak selesai.

Untuk tujuan ilustrasi arus permintaan diasumsikan sebagai ekivalensi 1,5; 2,5; 2,0; dan 2,5 kapasitas lajur (perlu dicatat bahwa kapasitas leher botol adalah 2 lajur). Selama periode pertama pada saat permintaan ekuivalen dengan 1,5 kapasitas lajur, tidak akan terjadi gelombang kejut (kerapatan 60 kend/mil-lajur atau 37,5 kend/km-lajur). Meskipun demikian dengan meningkatnya permintaan sampai 2,5 kapasitas lajur, gelombang kejut bentukan mundur akan terjadi dengan kecepatan gelombang kejut tetap. Pada saat permintaan berkurang sampai 2 lajur kapasitas, kendaraan masuk sama dengan keluar dan menyebabkan terjadi gelombang kejut diam depan. Dengan berkurangnya permintaan sampai 1,5 lajur kapasitas, panjang daerah macet berkurang seperti ditunjukkan oleh gelombang kejut pemulihan maju. Gelombang kejut diam muka terjadi di leher botol sepanjang leher botol beroperasi pada kapasitas. Pertemuan antara gelombang kejut diam muka dan pemulihan maju menyatakan akhir dari periode macet. Contoh ini

mengasumsikan bahwa permintaan bervariasi terhadap waktu, kapasitas adalah tetap, dan ada satu hambatan tunggal dengan tanpa kendaraan masuk atau keluar dari daerah macet.



Gambar 4.4. Fenomena Gelombang Kejut di Leher Botol Jalan Bebas Hambatan

u_A = kecepatan rerata ruang untuk kendaraan pada daerah A (km/jam)

u_B = kecepatan rerata ruang untuk kendaraan pada daerah B (km/jam)

$u_{rA}=(u_A-\omega)$ =kecepatan kendaraan pada daerah A relatif terhadap gerakan garis S (km/jam)

$u_{rB}=(u_B-\omega)$ = kecepatan kendaraan pada daerah B relatif terhadap gerakan garis S (km/jam)

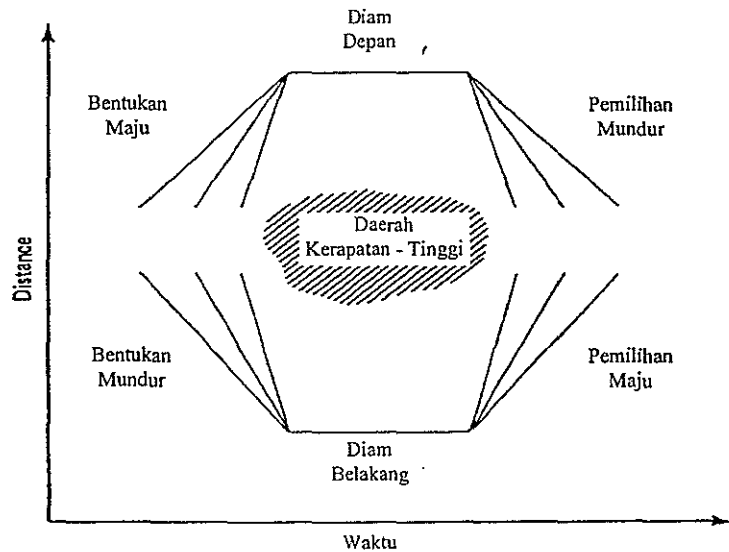
4.2.2 Klasifikasi Gelombang Kejut

Gelombang kejut dapat diklasifikasikan menjadi 6 kelas (lihat **Gambar 4.5**) sbb :

- 1) Gelombang kejut diam depan (*frontal stationary*), terdapat pada lokasi penyempitan jalur (termasuk sinyal lalu lintas) dan menunjukkan bahwa pada lokasi tersebut arus lalu lintas lebih besar dari kapasitas jalannya. Istilah depan mempunyai implikasi bahwa ini adalah bagian terdepan (pinggir ke arah hilir) dari daerah kemacetan dengan kepadatan yang lebih rendah ke arah hilir dan lebih tinggi ke arah hulu. Istilah diam berarti bahwa gelombang kejut terjadi pada lokasi tersebut dan hal ini tidak akan berpindah lokasinya dengan berubahnya waktu.
- 2) Gelombang kejut bentukan mundur (*backward forming*), terbentuk apabila terjadi kemacetan dan menunjukkan daerah dalam waktu dan ruang dimana kelebihan arus ditampung. Istilah mundur berarti bahwa dengan berjalannya waktu, gelombang kejut akan bergerak ke belakang (ke arah hulu atau ke arah yang

berlawanan dengan arah gerakan lalu lintas). Istilah bentukan mempunyai implikasi bahwa dengan berjalannya waktu, kemacetan akan semakin meningkat dan berkembang ke arah hulu. Waktu dan ruang daerah asal ke kiri dari gelombang kejut mempunyai kerapatan yang lebih rendah dan ke kanan kerapatannya lebih tinggi.

- 3) Gelombang kejut pemulihan maju (*forward recovery*), terbentuk sketika terjadi kemacetan sedangkan arus lalu lintas berkurang sehingga berada di bawah kapasitas penyempitannya. Oleh karena itu panjang dari kemacetan dapat dikurangi. Istilah maju berarti bahwa selama berlangsungnya waktu, gelombang kejut bergerak ke depan (ke arah hilir atau ke arah yang sama dengan arah gerakan lalu lintas). Istilah pemulihan mempunyai implikasi bahwa selama berlangsungnya waktu terdapat kondisi arus lalu lintas bebas (*free-flow*) pada daerah yang semakin jauh ke arah hilir. Waktu-ruang ke kiri dari gelombang kejut mempunyai kerapatan yang lebih tinggi dan ke kanan mempunyai kerapatan yang lebih rendah.
- 4) Gelombang kejut diam belakang (*rear stationary*), terjadi apabila kedatangan lalu lintas sama dengan kapasitas pada daerah kemacetan untuk selama periode waktu tertentu. Istilah belakang mempunyai implikasi bahwa ini adalah bagian paling belakang atau pinggir ke arah hulu dari daerah kemacetan. Kerapatan lebih tinggi ke arah hilir dan lebih rendah ke arah hulu. Istilah diam berarti bahwa gelombang tidak berpindah lokasinya selama periode waktu tertentu.
- 5) Gelombang kejut pemulihan mundur (*backward recovery*), terbentuk ketika kemacetan terjadi, tetapi kemudian terjadi peningkatan kapasitas jalannya. Istilah mundur berarti bahwa selama berlangsungnya waktu, gelombang kejut bergerak ke belakang (ke arah hulu atau ke arah yang berlawanan dengan arah gerakan lalu lintas). Istilah pemulihan mempunyai implikasi bahwa selama berlangsungnya waktu, kondisi arus-bebas meningkat semakin menjauhi dari daerah awal lokasi kemacetan. Daerah kemacetan berada di sebelah kiri dari gelombang kejut dan keadaan arus bebas berada di sebelah kanannya.
- 6) Gelombang kejut bentukan maju (*forward forming*), istilah maju mempunyai implikasi bahwa gelombang kejut bergerak dalam arah yang sama dengan arah gerakan lalu lintas, sedangkan istilah bentukan berarti bahwa selama berlangsungnya waktu kemacetan, terjadi peningkatan pada tempat yang semakin jauh ke arah hilir. Waktu-ruang di sebelah kiri gelombang kejut mempunyai kerapatan yang lebih rendah dan ke kanan kerapatannya lebih tinggi.



Gambar 4.5. Klasifikasi gelombang kejut

4.3 Persamaan gelombang kejut.

Ditetapkan satu potongan jalan tanpa hambatan dimana hubungan arus-kerapatan diketahui, seperti pada Gambar 4.6a. Untuk beberapa waktu, terjadi kondisi Arus-bebas kondisi-diam (*steady-state free-flow*), seperti pada diagram arus-kerapatan dinyatakan sebagai A. Arus, kerapatan, dan kecepatan pada kondisi A dinyatakan berturut-turut sebagai q_A , k_A , dan u_A . Kemudian pada periode waktu berikut, arus masuk lebih kecil dan terjadi arus-bebas kondisi-diam yang baru, dinyatakan pada diagram sebagai kondisi B. Arus, kerapatan, dan kecepatan pada kondisi B berturut-turut dinyatakan sebagai q_B , k_B , dan u_B . Catatan bahwa pada kondisi B, kecepatan (u_B) akan lebih tinggi, dan kendaraan-kendaraan ini akan mendekati kendaraan pada kondisi A terhadap ruang dan waktu.

Untuk lebih jelas, dua gambar tambahan diberikan pada **Gambar 4.6**. **Gambar 4.6b** adalah menggambarkan kondisi arus pada diagram jarak-waktu. Perhatikan bahwa skala jarak dan waktu dipilih sedemikian rupa sehingga deretan yang menyatakan kecepatan dalam diagram d-t adalah sejajar dengan deretan yang menyatakan kecepatan pada diagram q-k. Garis tebal menunjukkan gelombang kejut atau diskontinyu antara kondisi A dan B, atau dengan kata lain, ini merupakan lintasan jarak-waktu dimana kendaraan dengan kecepatan lebih tinggi pada kondisi arus B menggabung kendaraan-kendaraan pada kondisi arus A. Simbol digunakan untuk menyatakan gelombang kejut dan indeks A dan B menyatakan bahwa gelombang kejut terletak antara kondisi A dan B.

Gambar 4.6c menunjukkan satu potongan jalan pada waktu t dimana menggambarkan dua kondisi arus. Tiga kecepatan yang bergerak ke kanan dinyatakan dengan: u_B , kecepatan kendaraan pada kondisi arus B; u_A , kecepatan kendaraan pada kondisi arus A; dan ω_{AB} , kecepatan gelombang kejut antara dua kondisi arus. Dalam hal ini, arah dari gelombang kejut adalah cukup jelas, tetapi dalam situasi yang lebih rumit, dimana arah mungkin tidak jelas, harus diasumsikan bahwa gelombang kejut sebagai gelombang kejut bentukan maju (bergerak searah dengan lalu lintas). Ini adalah asumsi kecepatan gelombang kejut positif. Jika dalam analisis, kecepatan gelombang kejut menjadi negatif, gelombang kejut adalah gelombang kejut bentukan mundur dan bergerak berlawanan arah lalu lintas.

Pada batas gelombang kejut, jumlah kendaraan meninggalkan kondisi arus B (N_B) harus tepat sama dengan jumlah kendaraan masuk kondisi arus A (N_A) karena tidak ada kendaraan yang dihilangkan maupun yang ditambahkan. Kecepatan kendaraan-kendaraan pada kondisi arus tepat dibagian hulu dari batas gelombang kejut relatif terhadap kecepatan gelombang kejut adalah $(u_B - \omega_{AB})$. Kecepatan kendaraan-kendaraan pada kondisi arus A, tepat dibagian hilir dari batas gelombang kejut relatif terhadap kecepatan gelombang kejut, adalah $(u_A - \omega_{AB})$. Karena itu, N_B dan N_A dapat dihitung dengan menggunakan rumus berikut :

$$N_B = q_B t = (u_B - \omega_{AB}) k_B t \quad (4.17)$$

$$N_A = q_A t = (u_A - \omega_{AB}) k_A t \quad (4.18)$$

Tetapkan $N_B = N_A$ dan untuk menyelesaikan ω_{AB} , persamaan (4.17) dan (4.18) menjadi

$$(u_B - \omega_{AB}) k_B t = (u_A - \omega_{AB}) k_A t \quad (4.19)$$

atau

$$\omega_{AB} = \frac{q_A - q_B}{k_A - k_B} = \frac{\Delta q}{\Delta k} \quad (4.20)$$

Karena itu, kecepatan gelombang kejut antara dua kondisi adalah sama dengan perubahan dalam arus dibagi dengan perubahan dalam kerapatan. Dengan menyatakan arus dalam kendaraan per jam dan kerapatan dalam kendaraan per mil (km), kecepatan gelombang kejut adalah dalam satuan mil per jam (km/jam). Satuan pengukuran ini digunakan pada **Gambar 4.6**. Juga perlu diperhatikan, karena kecepatan gelombang kejut adalah sama dengan perbandingan perubahan arus dan perubahan kerapatan, gelombang kejut dapat ditunjukkan pada Gambar 4.6 sebagai kemiringan garis yang menghubungkan kondisi arus

A dan B. Karena q_A adalah lebih besar dari pada q_B dan k_A adalah lebih besar dari pada k_B , **Persamaan (4.20)** menghasilkan kecepatan gelombang kejut positif. Ini juga dapat dilihat pada **Gambar 4.6** karena kemiringan garis yang menyatakan kecepatan gelombang kejut adalah ke arah kanan, menunjukkan kecepatan gelombang kejut positif dalam arah lalu lintas. Perlu diingat bahwa pergerakan gelombang kejut searah arus lalu lintas disebut gelombang kejut gerak maju.

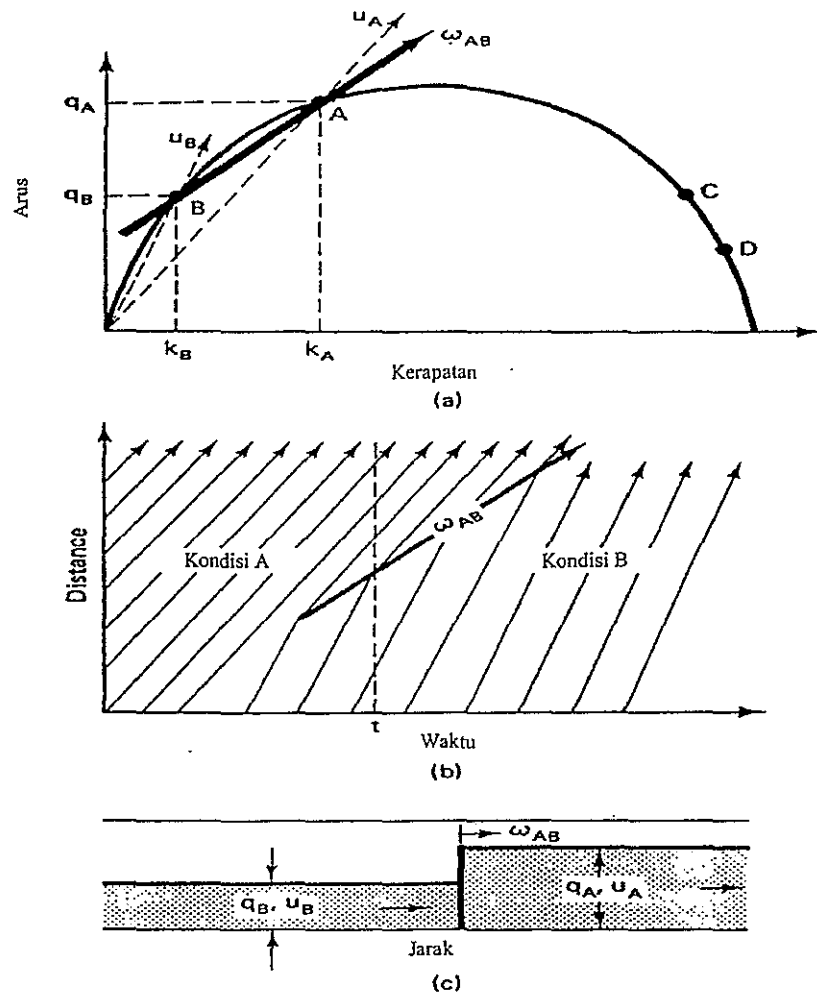
Perhatikan gelombang kejut diam dan gerak mundur dalam **Gambar 4.6**. Dalam dua contoh ini, kondisi arus B akan tetap, sedangkan kondisi arus A akan bergerak ke kanan dari kurva arus-keapatan sampai titik C dan D. Pertama-tama perhatikan kondisi arus C, menggantikan kondisi arus A. Dalam keadaan ini, q_C sama dengan q_B , dan **Persamaan (4.20)** menunjukkan kecepatan gelombang kejut nol. Ini ditunjukkan oleh **Gambar 4.6a**, karena garis yang menghubungkan kondisi arus B dengan kondisi arus C adalah horisontal. Ini disebut gelombang kejut diam.

Sekarang perhatikan kondisi arus D menggantikan kondisi arus A. Dalam situasi ini q_D adalah lebih besar dari pada q_B , sedangkan k_D adalah lebih kecil dari pada k_B dan **Persamaan (4.20)** menunjukkan gelombang kejut negatif. Ini ditunjukkan oleh **Gambar 4.6a**, karena garis yang menghubungkan kondisi arus B dan D adalah miring kebawah. Ini disebut gelombang kejut gerak mundur.

Teori ini dikembangkan dengan asumsi perubahan seketika dalam kondisi arus dan menyatakan secara tidak langsung bahwa meskipun pada saat jalan tidak ada kendaraan di hilir, pengemudi dari kendaraan yang mengikuti kendaraan di depan pada kondisi arus tertentu tidak akan meningkatkan kecepatannya.

4.4 Gelombang kejut di Persimpangan Bersinyal

Analisa gelombang kejut di persimpangan dengan sinyal lalu lintas merupakan hal yang umum karena adanya panjang antrian yang dipengaruhi oleh pergerakan arus hulu. Sebagai contoh termasuk antrian yang keluar dari lajur belok kiri masuk ke lajur lurus dan antrian yang ada di bagian hulu memblokir persimpangan yang berdekatan.



Gambar 4.6. Analisis Dasar Gelombang Kejut

Gelombang kejut di persimpangan dengan sinyal lalu lintas dapat dianalisa jika hubungan arus-kepadatan dari pendekatan persimpangan diketahui dan jika kondisi arus dari lalu lintas yang mendekat ditetapkan. Untuk contoh ini kurva arus-kepadatan dan kondisi arus lalu lintas mendekat (A) ditunjukkan pada Gambar 4.7a. Diagram jarak-waktu ditunjukkan pada Gambar 4.7b dengan skala jarak dan waktu dipilih sedemikian sehingga kemiringan yang dihasilkan di dua diagram menyatakan kecepatan kendaraan dan gelombang kejut tertentu. Garis henti di pendekatan ke persimpangan bersinyal terletak di sinyal lalu lintas, dengan fase hijau dan merah berturut-turut ditunjukkan sebagai garis terang dan gelap.

Selama waktu t_0 sampai t_1 , sinyal adalah hijau dan lalu lintas mendekat garis henti, melintas persimpangan, dan bagian hilir pada kondisi arus A (q_A , u_A , dan k_A). Lintasan masing-masing kendaraan ditunjukkan dengan garis putus-putus. Pada waktu t_1 , sinyal lalu

lintas berubah menjadi merah dan kondisi arus tepat dibagian hulu garis henti berubah menjadi kondisi B sedangkan kondisi arus tepat dibagian hilir berubah menjadi kondisi D. Tiga gelombang kejut mulai pada saat t_1 digaris henti: ω_{AD} , gelombang kejut bentukan maju; ω_{DB} , gelombang kejut diam muka; dan ω_{AB} , gelombang kejut bentukan mundur. Kecepatan dari ketiga gelombang kejut ini dinyatakan pada diagram **Gambar 4.7a** dan dapat dihitung dengan menggunakan rumus-rumus berikut.

$$\omega_{DA} = \frac{q_D - q_A}{k_D - k_A} = +\mu_A \quad (4.21)$$

$$\omega_{DB} = \frac{q_D - q_B}{k_D - k_B} = 0 \quad (4.22)$$

$$\omega_{AB} = \frac{q_A - q_B}{k_A - k_B} = -\frac{q_A}{k_B - k_A} \quad (4.23)$$

Kondisi arus A, B, dan D ini tetap sampai waktu t_2 pada saat sinyal berubah menjadi hijau. Diperkenalkan kondisi arus baru (kondisi arus C) pada waktu t_2 di garis henti ketika arus di garis henti meningkat dari nol sampai arus jenuh. Ini menyebabkan dua gelombang kejut baru, ω_{DC} dan ω_{BC} , sedangkan gelombang kejut akhir adalah ω_{DB} . Kecepatan kedua gelombang kejut baru ini dapat secara grafis dilihat dalam diagram arus-kepadatan pada **Gambar 4.7a** dan dihitung dengan Persamaan 4.24.

$$\omega_{DC} = \frac{q_D - q_C}{k_D - k_C} = +\mu_C \quad (4.24)$$

$$\omega_{BC} = \frac{q_B - q_C}{k_B - k_C} = \frac{q_C}{k_B - k_C} \quad (4.25)$$

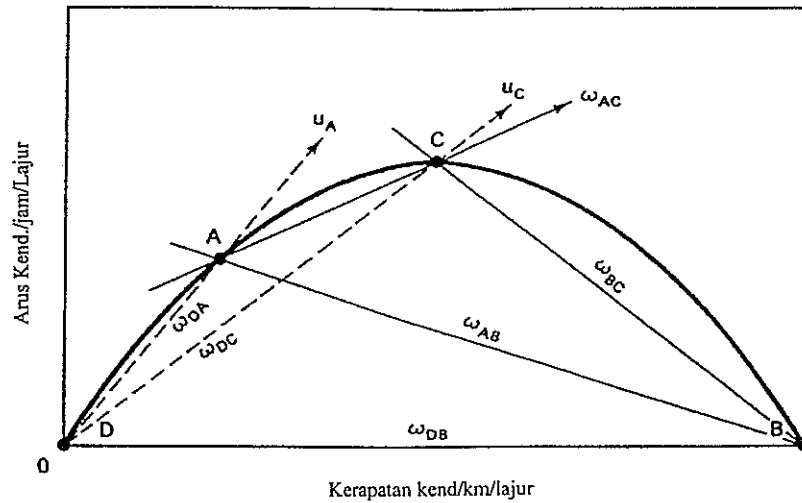
Kondisi arus D, C, B, dan A tetap sampai ω_{AB} dan ω_{BC} memotong waktu t_3 . Interval waktu antara t_2 dan t_3 dapat dihitung sebagai berikut:

$$t_3 - t_2 = \frac{\omega_{AB}}{\omega_{BC} - \omega_{AB}} \quad (4.26)$$

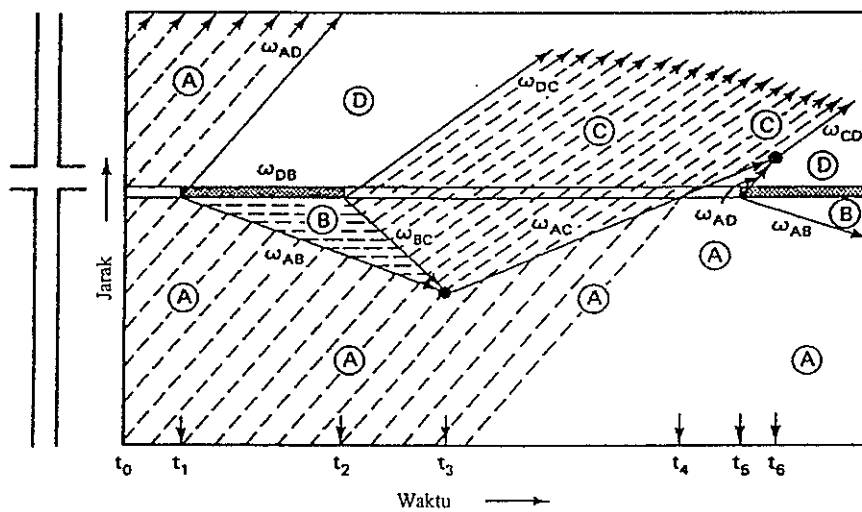
dimana r adalah lamanya waktu merah efektif. Lokasi hilangnya antrian pada waktu t_3 dapat dihitung dengan rumus berikut:

$$Q_M = \frac{r}{3600} \left[\frac{(\omega_{BC})(\omega_{AB})}{\omega_{BC} - \omega_{AB}} \right] \quad (4.27)$$

Pada saat t_3 gelombang kejut gerak-maju baru ω_{AC} terbentuk, dan dua gelombang kejut gerak-mundur ω_{AB} dan ω_{BC} berakhir.



(a)



(b)

Gambar 4.7. Gelombang kejut pada persimpangan bersinyal lalu lintas

Gelombang kejut ω_{AC} terlihat pada **Gambar 4.7** dan dihitung dengan rumus

$$\omega_{AC} = \frac{q_A - q_C}{k_A - k_C} \quad (4.28)$$

Kondisi arus D, C, dan A tetap sampai waktu t_5 ; tetapi sebelumnya perhatikan t_4 . Saat waktu t_4 , gelombang kejut bentukan maju ω_{AC} memotong garis henti, dan arus di garis henti menurun dari arus maksimum q_C menjadi q_A . Periode waktu dari mulai fase hijau

sampai tingkat pelepasan garis-henti turun dibawah nilai maksimum (t_2 sampai t_4) dapat dihitung sebagai berikut

$$t_4 - t_2 = \frac{r(\omega_{AB})}{\omega_{BC} - \omega_{AB}} \left[\frac{\omega_{BC}}{\omega_{AC}} + 1 \right] \quad (4.29)$$

Saat t_3 , yang adalah awal fase merah, pola gelombang kejut hulu dari sinyal lalu lintas mulai berulang dengan sendirinya. Bagaimanapun pola gelombang kejut hilir dari sinyal lalu lintas diturunkan dari pola awal. Perlu diperhatikan bahwa pada awal merah, gelombang kejut ω_{AD} dibentuk, tetapi hanya bergerak ke arah hilir sampai memotong gelombang kejut ω_{AC} . Saat t_6 , ω_{AC} dan ω_{AD} gelombang kejut berakhir, dan gelombang kejut baru, ω_{CD} , dibentuk. Selama permintaan lalu lintas dan pengaturan sinyal lalu lintas tidak berubah, pola gelombang kejut akan berulang dengan sendirinya untuk setiap siklus.

4.5 Gelombang Kejut Di Sepanjang Jalan

Steady state flow terjadi pada saat truk memasuki jalan raya dan berjalan terus dengan kecepatan tetap yang rendah untuk suatu jarak tertentu, sebelum belok keluar dari jalan. Diasumsikan tidak ada kemungkinan untuk menyiap. Tujuan dari contoh permasalahan adalah untuk membuat diagram jarak-waktu dimana semua gelombang kejut dapat dilihat, dan juga lintasan jarak-waktu dari suatu kendaraan tertentu.

Diagram arus-kepadatan dan diagram jarak-waktu ditunjukkan pada **Gambar 4.8**. Sebelum truk masuk ke jalan, kondisi arus dinyatakan dengan kondisi arus A. Saat t_1 truk masuk ke jalan dan berjalan dengan kecepatan u_B , menyebabkan kondisi arus dibelakang truk berpindah di B dan menyebabkan kondisi arus D terjadi didepan truk. Dua gelombang kejut bentukan maju dan lintasan truk mulai saat t_1 di lokasi dimana truk masuk jalan raya: ω_{AD} , ω_{AB} , dan u_B (ω_{DB}). Saat t_2 truk meninggalkan jalan, dan sekarang dengan kondisi arus tanpa hambatan di depan, lalu lintas dapat beroperasi pada kapasitas (kondisi arus C). Dua gelombang kejut baru mulai saat t_2 di lokasi dimana truk meninggalkan jalan: ω_{DC} dan ω_{BC} . Gelombang kejut, ω_{DC} , adalah gelombang kejut bentukan maju, sedangkan ω_{BC} adalah gelombang kejut bentukan mundur. Saat t_3 gelombang kejut ω_{BC} dan ω_{AB} gugur dan berhenti, yang menyebabkan diskontinyu antara kondisi arus C dan A. Ini membentuk gelombang kejut bentukan maju baru ω_{CA} . Penggambaran menyeluruh dari lintasan kendaraan sebelum, selama, dan sesudah perjalanan truk ditunjukkan di bagian bawah dari

Gambar 4.8. Hasilnya adalah formasi dari lima gelombang kejut bentukan maju dan satu gelombang kejut bentukan mundur.

Truk tidak saja mempengaruhi arus lalu lintas pada saat dia ada di jalan, tetapi sampai beberapa saat sesudahnya. Bayangkan apa yang dialami oleh pengemudi yang diberi tanda "x". Pada waktu dia melintas titik dimana truk masuk ke jalan, truk baru saja keluar dari jalan. Pengemudi melambatkan kendaraannya dan berjalan pada kecepatan truk tanpa mengetahui mengapa. Beberapa saat kemudian pengemudi mempercepat sedikit kendaraannya, tetapi tidak secepat kecepatan semula. Sebagai kesimpulan, pengemudi ini mengalami kemacetan pada periode waktu setelah truk keluar dari jalan tanpa mengetahui apa yang menyebabkan kemacetan.

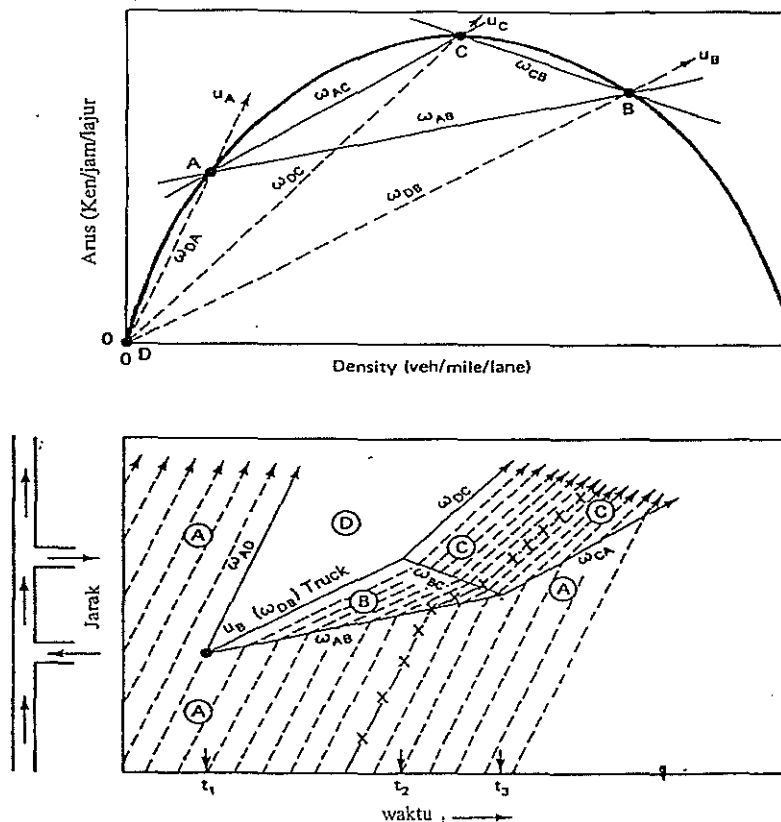
Ada dua situasi, dimana situasi pertama, semua kondisi arus akan diasumsikan tetap kecuali kondisi arus A akan bervariasi dari kondisi arus D ke kondisi arus C. Jika kondisi arus A diasumsikan dekat dengan kondisi arus D, perubahan yang penting adalah gelombang kejut ω_{AB} akan mendekati kecepatan truk u_B dan kondisi arus B dan C akan berkurang. Dengan kata lain, jika arus pendekat sangat rendah, truk akan mempunyai pengaruh kecil pada operasional jalan.

Sekarang perhatikan kondisi arus A bergerak sampai arus sama dengan kondisi arus B ($q_A=q_B$). Gelombang kejut ω_{AB} akan menjadi gelombang kejut diam di titik dimana truk memasuki jalan. Kondisi arus B dan C akan lebih besar dari yang terlihat pada **Gambar 4.8**. Jika kondisi arus A bergerak mendekati kondisi arus C, gelombang kejut ω_{AB} akan menjadi gelombang kejut bentukan mundur, dan gelombang kejut ω_{CA} akan menjadi gelombang kejut bentukan maju yang jauh lebih rendah. Hasilnya akan sangat meningkatkan daerah ruang-waktu dengan kondisi arus B dan C. Kasus ekstrim adalah bila jalan beroperasi pada kapasitas saat truk masuk, gelombang kejut ω_{AB} dan ω_{BC} akan sama dengan gelombang kejut bentukan mundur dan kemacetan tidak akan pernah berakhir.

Perhatikan sekarang situasi kedua. Dalam situasi ini, semua kondisi arus diasumsikan tetap sama kecuali kondisi arus B (disebabkan oleh truk) akan bervariasi sepanjang rentang diagram arus-kepadatan. Jika truk masuk ke jalan pada kecepatan antara kecepatan arus-

bebas dan u_A , truk dengan jelas tidak menghambat kendaraan lain dalam arus lalu lintas (pada kenyataannya, truk akan dihalangi oleh kendaraan lain.). Jika truk masuk dengan kecepatan antara u_A dan u_C , diagram jarak-waktu akan serupa dengan **Gambar 4.8**, kecuali bahwa ω_{DB} dan ω_{AB} akan lebih curam, dan ω_{BC} menjadi gelombang kejut maju bergerak-lambat. Gelombang kejut ω_{BC} tidak ada bila kecepatan truk u_C .

Pada akhirnya, perhatikan bila truk masuk ke jalan pada kecepatan mendekati nol. Gelombang kejut ω_{AB} menjadi gelombang kejut mundur bergerak-cepat, dan daerah ruang-waktu dari kondisi arus B dan C akan meningkat cukup berarti.



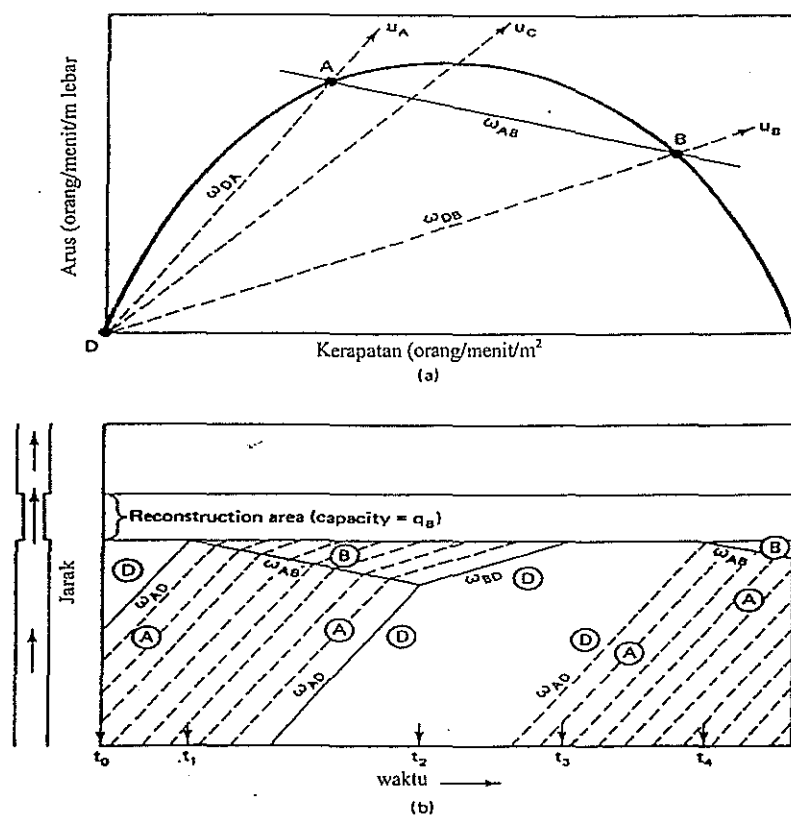
Gambar 4.8. Gelombang Kejut Di Sepanjang Jalan

4.6 Gelombang Kejut Di Sepanjang Jalur Pejalan Kaki

Penerapan analisa gelombang kejut tidak terbatas untuk arus kendaraan di jalan saja tetapi juga terjadi di fasilitas bagi pejalan kaki. Ada banyak persamaan antara fenomena arus kendaraan dan pejalan kaki: masing-masing memerlukan ruang, memerlukan jarak antara (gap), dan kecepatan tergantung pada ruang kosong di depannya. Perilaku masing-masing baik dalam arus kendaraan maupun pejalan kaki bervariasi antar individu, dan juga bervariasi terhadap waktu dan ruang. Leher botol terjadi di kedua jenis arus lalu lintas, dan

pengaruhnya pada bagian hulu dan hilir adalah sama. Contoh berikut adalah analisis gelombang kejut di sepanjang jalur pejalan kaki.

Jalur pejalan kaki untuk commuter yang menghubungkan dua jalur kereta bawah tanah. Antar kereta bawah tanah, arus di jalur pejalan kaki hampir tidak ada, sementara arus meningkat hampir melebihi kapasitas setelah kedatangan kereta. Di stasiun antar dua jalur bawah tanah direncanakan proyek perbaikan, dimana hal ini akan mengurangi kapasitas dari bagian tengah jalur pejalan kaki. Diberikan diagram arus-kepadatan pada **Gambar 4.9a**, arus permintaan (kondisi arus A) setelah kedatangan kereta, dan pengurangan kapasitas (q_B) disebabkan karena proyek tersebut. Tujuan dari problem contoh ini adalah untuk membuat diagram *distance-time* dimana semua gelombang kejut dapat ditunjukkan dan juga lintasan *distance-time* dari pejalan kaki untuk bagian hulu dari lokasi proyek pada jalur pejalan kaki.



Gambar 4.9. Gelombang Kejut Di Sepanjang Jalur Pejalan Kaki

Kereta datang dan pejalan kaki pertama mencapai daerah pembangunan pada saat t_1 . Kondisi arus sesaat sebelum t_1 adalah kondisi arus D. Tingkat arus kedatangan pejalan

kaki menjadi q_A dan segera saat t_1 , pejalan kaki mulai antri berjalan menuju daerah perbaikan. Karena kapasitas daerah perbaikan sama dengan q_B , arus hulu daerah perbaikan dibatasi sebesar q_B , menyebabkan kondisi arus B. Hasilnya adalah *diskontinyu* antara kondisi arus A dan B, dan *backward-moving gelombang kejut* (ω_{AB}) terbentuk. Gelombang kejut ini tetap sampai penumpang terakhir mencapai daerah akhir hulu dari daerah kemacetan pada saat t_2 . Setelah itu tidak ada pejalan kaki datang dari kereta ini dan penumpang terakhir berjalan ke arah daerah perbaikan dengan kecepatan u_B , dan ini juga merupakan *diskontinyu* atau gelombang kejut antara kondisi arus B dan D. Penumpang terakhir dari kereta bawah tanah masuk daerah perbaikan saat t_3 . Pola antrian berulang dengan sendirinya terhadap kedatangan penumpang pertama dari kereta kedua saat t_4 .

Penganalisa khususnya menginginkan untuk menghitung panjang maksimum antrian, waktu terjadinya panjang antrian maksimum, dan waktu ketika antrian berhenti. Pertama-tama perhatikan saat antrian ($t_3 - t_1$). Jika N orang meninggalkan kereta dan menggunakan jalur pejalan kaki, dan kapasitas daerah perbaikan adalah sama dengan q_B , waktu antrian dapat dihitung sbb:

$$N = q_B (t_3 - t_1) \quad (4.30)$$

$$t_3 - t_2 = \frac{N}{q_B} \quad (4.31)$$

Sekarang perhatikan waktu terjadinya panjang antrian maksimum (Q_m). Karena

$$\omega_{AB} = \frac{Q_m}{t_2 - t_1} \quad (4.32)$$

dan

$$\omega_{BD} = \frac{Q_m}{t_3 - t_2} \quad (4.32a)$$

maka

$$\omega_{AB} (t_2 - t_1) = \omega_{BD} (t_3 - t_2) \quad (4.33)$$

karena

$$t_3 - t_1 = (t_3 - t_2) + (t_2 - t_1) \quad (4.34)$$

Dengan substitusi,

$$t_2 - t_3 = \frac{N \cdot \omega_{BD}}{q_B (\omega_{AB} + \omega_{BD})} \quad (4.35)$$

Panjang antrian maksimum dapat dihitung sbb:

karena

$$\omega_{AB} = \frac{Q_M}{t_2 - t_1} \quad (4.36)$$

maka

$$Q_M = \omega_{AB}(t_2 - t_1) \quad (4.37)$$

Pada akhirnya, situasi antrian yang serius akan terjadi jika antrian dari penumpang pada satu kereta tidak habis sebelum penumpang dari kereta berikut datang di daerah perbaikan. Jika hal ini terjadi, maka panjang antrian maksimum akan terus meningkat dengan adanya kedatangan kereta.